平成23年度　札幌大谷高等学校入学試験　数学　模範解答

1

問1	問2	問3	問4
$-a-3b$	$-\dfrac{7}{12}$	$7-2\sqrt{2}$	$4b^2(a+3)(a-3)$

2×4=8

2

問1	問2	問3
$x=$ 0 , 2	$x=\dfrac{1}{6}$, $y=-3$	$b=-\dfrac{2s-t}{2}$

3×3=9

3

問1	問2	問3
$b=10$, $c=-2$	9 km	$\dfrac{7}{18}$
問4	**問5**	**問6**
$8\sqrt{3}$ cm³	$2\sqrt{5}$ cm	152 個

3×6=18

4

問1
78 度

3

問2			
ア AEC	イ 60	ウ $60°-\angle FAC$	エ ２組の角

1×4=4

5

問1
$a=-\dfrac{1}{3}$
問2
C（ -1 , 1 ）

3×2=6

問3

点Bのx座標は3であるから、その座標は(3, 9)である。

よって、　$AB=3-(-9)=12$

AB=2CD より、CD=6 となるように2点C, Dをとればよい。そのx座標を t とおくと、$C(t, t^2)$, $D\left(t, -\frac{1}{3}t^2\right)$ より、

$$CD=t^2-\left(-\frac{1}{3}t^2\right)=\frac{4}{3}t^2$$

よって、$\frac{4}{3}t^2=6$ より　$t^2=\frac{9}{2}$

$t<0$ であるから、　$t=-\sqrt{\frac{9}{2}}=-\frac{3\sqrt{2}}{2}$

よって、台形ABCDの高さは　$3-\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{3(2+\sqrt{2})}{2}$

したがって、求める面積は　$\frac{1}{2}\times(6+12)\times\frac{3(2+\sqrt{2})}{2}=\frac{27(2+\sqrt{2})}{2}$

（答）$\dfrac{27(2+\sqrt{2})}{2}$

5

6

問1	問2
$100x+y$	その数から生まれた月の数の２倍をひく。

3　4

出身中学	中学校	受験番号	番	氏名	

得点
60

平成23年度　札幌大谷高等学校入学試験　数学　解説

1

問 1　$2(a-3b)-3(-b+a)=2a-6b+3b-3a=-a-3b$

問 2　$\dfrac{5}{9}\div\left(-\dfrac{2}{3}\right)+\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{5}{9}\times\left(-\dfrac{3}{2}\right)+\dfrac{1}{4}=-\dfrac{5}{6}+\dfrac{1}{4}=-\dfrac{10}{12}+\dfrac{3}{12}=-\dfrac{7}{12}$

問 3　$\dfrac{4(\sqrt{6}-1)}{\sqrt{2}}+(\sqrt{3}-2)^2=\dfrac{4\sqrt{2}(\sqrt{6}-1)}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}+(3-4\sqrt{3}+4)$

$=2\sqrt{2}(\sqrt{6}-1)+(7-4\sqrt{3})=4\sqrt{3}-2\sqrt{2}+7-4\sqrt{3}=7-2\sqrt{2}$

問 4　$4a^2b^2-36b^2=4b^2(a^2-9)=4b^2(a+3)(a-3)$

2

問 1

$x(x+3)=x(2x+1)$

$x^2+3x=2x^2+x$

$-x^2+2x=0$

$x^2-2x=0$

$x(x-2)=0$

$x=0,\ x=2$

問 3

$2b+t=2(s+2b)$

$2b+t=2s+4b$

$-2b=2s-t$

$b=-\dfrac{2s-t}{2}$

問 2

$$\begin{cases} 0.3x-\dfrac{y}{20}=\dfrac{1}{5} & \cdots\cdots ① \\ -\dfrac{2(y-9)}{3}+\dfrac{y-7}{2}=18x & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

①×20　$6x-y=4$　……③

②×6　$-4(y-9)+3(y-7)=108x$

$-4y+36+3y-21=108x$

$-108x-y=-15$　……④

③−④　$114x=19$

$x=\dfrac{1}{6}$

$x=\dfrac{1}{6}$ を③に代入して　$6\times\dfrac{1}{6}-y=4$

$y=-3$

したがって，　$x=\dfrac{1}{6}$，$y=-3$

$\boxed{3}$ 問1　グラフの傾きが負であるから，2点$(-1,\ 13)$，$(4,\ c)$を通る。$x=-1$，$y=13$を$y=-3x+b$に代入すると，

$$13=-3\times(-1)+b$$
$$b=10$$

また，$x=4$，$y=c$を$y=-3x+10$に代入すると，

$$c=-3\times4+10$$
$$c=-2$$

(答)　$b=10$，$c=-2$

問2　求める道のりをx kmとすると，

$$\frac{x}{5}=\frac{x}{4}-\frac{27}{60}$$
$$\frac{x}{5}=\frac{x}{4}-\frac{9}{20}$$
$$4x=5x-9$$
$$x=9$$

学校から公園までの道のり9 kmは問題に適している。　(答)　9 km

問3　起こりうるすべての場合は36通りである。OPの長さが6より大きくなるような点Pの座標は，　(1，6)，(2，6)，(3，6)，(4，5)，(4，6)，(5，4)，(5，5)
(5，6)，(6，1)，(6，2)，(6，3)，(6，4)，(6，5)，(6，6)
の14通り。したがって，求める確率は　$\frac{14}{36}=\frac{7}{18}$　(答)　$\frac{7}{18}$

問4　底面は3辺の比が$1:2:\sqrt{3}$の直角三角形である。斜辺は4 cmであるから，他の2辺は2 cm，$2\sqrt{3}$ cmである。また，三角柱の高さは4 cmである。

したがって，求める体積は　$\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}\times4=8\sqrt{3}$　(答)　$8\sqrt{3}$ cm^3

問5　$\triangle ABC\backsim\triangle CBH$，$AB:AC=3:2$より，$BC=x$とおくと，$CH=\frac{2}{3}x$である。よって，$\triangle CBH$について三平方の定理より，

$$x^2=\left(\frac{2}{3}x\right)^2+\left(\frac{10}{3}\right)^2$$
$$x^2=\frac{4}{9}x^2+\frac{100}{9}$$
$$x^2=20$$

$x>0$より，$x=2\sqrt{5}$　(答)　$2\sqrt{5}$ cm

問6　n を2以上の自然数とする。規則にしたがって1から n までの数を並べたとき，縦，横にはともに $(2n-1)$ 個の n が並ぶ。よって，$n=20$ のとき，

$$(2\times20-1)\times4-4=152$$

より，20は152個並ぶ。　　(答)　152個

4　問1　$\overset{\frown}{\mathrm{DC}}$ について円周角の定理より，　$\angle\mathrm{DBC}=\angle\mathrm{DAC}=18^\circ$

△ABCは正三角形であるから，　$\angle\mathrm{ACB}=60^\circ$

∠AFBは△ACFの外角であるから，

$$\angle\mathrm{AFB}=\angle\mathrm{FAC}+\angle\mathrm{ACF}=18^\circ+60^\circ=78^\circ$$

(答)　78°

問2　△ABFと△AECで，

仮定より，　$\angle\mathrm{ABF}=\angle\mathrm{AEC}=60^\circ$　……①

また，　$\angle\mathrm{BAF}=\angle\mathrm{BAC}-\angle\mathrm{FAC}$

$=60^\circ-\angle\mathrm{FAC}$　……②

$\angle\mathrm{EAC}=\angle\mathrm{EAD}-\angle\mathrm{CAD}$

$=60^\circ-\angle\mathrm{FAC}$　……③

②，③より，　$\angle\mathrm{BAF}=\angle\mathrm{EAC}$　……④

①，④より，2組の角がそれぞれ等しいから，　$\triangle\mathrm{ABF}\backsim\triangle\mathrm{AEC}$

5　問1　$y=ax^2$ のグラフは点A(3，−3)を通るから，

$$-3=a\times3^2$$

$$a=-\frac{1}{3}$$

(答)　$a=-\frac{1}{3}$

問2　直線PAの傾きが $-\frac{3}{4}$ であるから，その式は $y=-\frac{3}{4}x+b$ と表せる。これが点Aを通るから，

$$-3=-\frac{3}{4}\times3+b$$

$$b=-\frac{3}{4}$$

よって，$y=-\frac{3}{4}x-\frac{3}{4}$ である。Pは x 軸上の点であるから，その x 座標は $y=0$ を代入して，

$$0=-\frac{3}{4}x-\frac{3}{4}$$

$$x=-1$$

したがって，点Cの x 座標は −1 である。　　(答)　C(−1，1)

問3　点Bの x 座標は3であるから，その座標は $(3,\ 9)$ である。

よって，　$AB=9-(-3)=12$

$AB=2CD$ より，$CD=6$ となるように2点C，Dをとればよい。その x 座標を t とおくと，$C(t,\ t^2)$，$D\left(t,\ -\frac{1}{3}t^2\right)$ より，

$$CD=t^2-\left(-\frac{1}{3}t^2\right)=\frac{4}{3}t^2$$

よって，$\frac{4}{3}t^2=6$ より　$t^2=\frac{9}{2}$

$t<0$ より　$t=-\sqrt{\frac{9}{2}}=-\frac{3\sqrt{2}}{2}$

よって，台形ABCDの高さは　$3-\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{3(2+\sqrt{2})}{2}$

したがって，求める面積は

$$\frac{1}{2}\times(6+12)\times\frac{3(2+\sqrt{2})}{2}=\frac{27(2+\sqrt{2})}{2}$$

(答)　$\frac{27(2+\sqrt{2})}{2}$

6

問1　①〜⑥の計算結果は，以下のようになる。

①……$10x$　②……$10x+5y$　③……$2x+y+1$

④……$x+1$　⑤……$100x+y+100$　⑥……$100x+y$

(答)　$100x+y$

問2　問1と同じように生まれた月の数を x，生まれた日の数を y とおくと，⑥の計算結果が $101y$ となればよい。以下，手順を逆から考えると，

⑤ の計算結果……$101y+100$

④′ の計算結果……$\{(101y+100)-y\}\div100=y+1$

となればよい。よって，問1③の計算結果と比較すると，③の結果から $2x$ をひくと，④′の計算結果となる。

(答)　その数から生まれた月の数の2倍をひく。